**УО «Белорусский государственный технологический университет»**

Математическое программирование

Тема: Транспортная задача

Выполнила студентка ФИТ

2 курса 1 группы

Пригодич Вера

Минск 2022

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:**

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **N+12** | **N+2** | **N+6** | **N+3** | **N+11** | **N+1** | **168+N** |
| 2 | **N+10** | **N** | **N+8** | **N+5** | **N+7** | **N+13** | **113+N** |
| 3 | **N+1** | **N+5** | **N+11** | **N+8** | **N+2** | **N+11** | **150+N** |
| 4 | **N+4** | **N+10** | **N+10** | **N+3** | **N+13** | **N+2** | **159+N** |
| 5 | **N+3** | **N+11** | **N+9** | **N** | **N+10** | **N+4** | **100+N** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **143+N** | **107+N** | **131+N** | **193+N** | **95+N** | **163+N** |  |

**Вариант 10**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10** | **18** | **15** | **17** | **23** | **123** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10** | **20** | **14** | **110** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **117** | **141** | **203** | **105** | **173** |  |

Проверка является ли задача закрытой:

Следовательно, задача называется открытой (с нарушенным балансом).

Так как решение открытой задачи сводится к решению закрытой задачи, добавим фиктивного поставщика с запасом 892-740=152, тарифы перевозок *cij* полагаем равными нулю.

1. Метод наименьшей стоимости

Затраты на перевозку продукции

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | 11 | 178 |
| 2 | 20 | **10** | 18 | 15 | 17 | 23 | 123 |
| 3 | 11 | 15 | 21 | 18 | 12 | 21 | 160 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10 | 20 | 14 | 110 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 153 | 117 | 141 | 203 | 105 | 173 |  |

min(123, 117) = 117

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | 11 | 178 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | 11 | 15 | 21 | 18 | 12 | 21 | 160 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10** | 20 | 14 | 110 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 153 | 0 | 141 | 203 | 105 | 173 |  |

min(110, 203) = 110

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | **11** | 178 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | 11 | 15 | 21 | 18 | 12 | 21 | 160 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 153 | 0 | 141 | 93 | 105 | 173 |  |

min(178, 173) = 173

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | **11|173** | 5 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | **11** | 15 | 21 | 18 | 12 | 21 | 160 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 153 | 0 | 141 | 93 | 105 | 0 |  |

min(153, 160) = 153

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | **11|173** | 5 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12** | 21 | 7 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 141 | 93 | 105 | 0 |  |

min(7, 105) = 7

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | **11|173** | 5 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12|7** | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 141 | 93 | 98 | 0 |  |

min(5, 93) = 5

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12|7** | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 141 | 88 | 98 | 0 |  |

min(169, 88) = 88

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12|7** | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | **13|88** | 23 | 12 | 81 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 141 | 0 | 98 | 0 |  |

min(98, 6) = 6

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | **17|6** | 23 | 0 |
| 3 | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12|7** | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | **13|88** | 23 | 12 | 81 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 141 | 0 | 92 | 0 |  |

min(141, 81) = 81

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | **17|6** | 23 | 0 |
| 3 | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12|7** | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | **20|81** | **13|88** | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 60 | 0 | 92 | 0 |  |

min(60, 152) = 60

1. Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | **17|6** | 23 | 0 |
| 3 | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12|7** | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | **20|81** | **13|88** | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | **0|60** | 0 | 0 | 0 | 92 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 0 | 0 | 92 | 0 |  |

min(92, 92) = 92

Должно быть базовых m + n – 1= 6+6-1=11.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | **17|6** | 23 | 0 |
| 3 | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12|7** | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | **20|81** | **13|88** | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | **0|60** | 0 | **0|92** | 0 | 0 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Первое допустимое решение

= 117, = 110, = 173, = 153, = 7, 5, = 88, 6, 81, = 60, = 92

Значение функции цели

8871

1. Метод потенциалов

*ui* + *vj* = *сij*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | **17|6** | 23 | 0 |
| 3 | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12|7** | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | **20|81** | **13|88** | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | **0|60** | 0 | **0|92** | 0 | 0 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Потенциалы: *ui,i=, vj, j=*

Определяем потенциалы для всех базисных переменных

Уравнений: 11, неизвестных: 12

Присваиваем одному из них произвольное значение (обычно )

,

,

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ |  |  |  |  |  |  | ЗАПАСЫ |
|  | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
|  | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | **17|6** | 23 | 0 |
|  | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12|7** | 21 | 0 |
|  | 14 | 20 | **20|81** | **13|88** | 23 | 12 | 0 |
|  | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
|  | 0 | 0 | **0|60** | 0 | **0|92** | 0 | 0 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Для свободных клеток

|  |  |
| --- | --- |
| Небазисная переменная |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

План не является оптимальным, необходимо улучшить следующим способом.

Вводимой в базис будет переменная, имеющая наибольшее положительное значение - .

Определив вводимую в базис переменную, следует определить исключаемую из базиса переменную. Обозначим через θ количество груза, перевозимого по маршруту (4,1). Максимально возможное значение θ определяем из следующих условий:

1. Должны выполняться ограничения на спрос и предложение.
2. Ни по какому маршруту не должны выполняться перевозки с отрицательным объемом грузов.

Сначала строим замкнутый цикл, который начинается и заканчивается в искомой ячейке. Цикл состоит из последовательности горизонтальных и вертикальных отрезков (но не диагональных), соединяющих ячейки, соответствующие текущим базисным переменным, и ячейку, соответствующую вводимой переменной. Для того, чтобы удовлетворять ограничениям по спросу и предложению, надо поочередно отнимать и прибавлять θ к значениям базисных переменных, расположенных в угловых ячейках цикла. Направление обхода цикла (по часовой стрелке или против не имеет значения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | **17|6** | 23 | 0 |
| 3 | **11|153**⊖ | 15 | 21 | 18 | **12|7**⊕ | 21 | 0 |
| 4 | 14⊕ | 20 | **20|81**⊖ | **13|88** | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | **0|60**⊕ | 0 | **0|92**⊖ | 0 | 0 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Наименьшее значение в минусовых клетках – .

Прибавляем 81 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 81 из минусовых.

Получаем новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
| 2 | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | **17|6** | 23 | 0 |
| 3 | **11|72** | 15 | 21 | 18 | **12|88** | 21 | 0 |
| 4 | **14|81** | 20 | 20 | **13|88** | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | **0|141** | 0 | **0|11** | 0 | 0 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Повторим вычисление потенциалов.

Присваиваем одному из них произвольное значение (обычно )

,

,

, ,

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ |  |  |  |  |  |  | ЗАПАСЫ |
|  | 22 | 12 | 16 | **13|5** | 21 | **11|173** | 0 |
|  | 20 | **10| 117** | 18 | 15 | **17|6** | 23 | 0 |
|  | **11|153** | 15 | 21 | 18 | **12|7** | 21 | 0 |
|  | 14 | 20 | **20|81** | **13|88** | 23 | 12 | 0 |
|  | 13 | 21 | 19 | **10| 110** | 20 | 14 | 0 |
|  | 0 | 0 | **0|60** | 0 | **0|92** | 0 | 0 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Небазисная переменная |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Как видно, все оценки свободных клеток удовлетворяют условию *ui* + *vj* ≤ *сij*. Следовательно, план является оптимальным.

Минимальные затраты составят: F(x) = 13\*5 + 11\*173 + 10\*117 + 17\*6 + 11\*72 + 12\*88 + 14\*81 + 13\*88 + 10\*110 + 0\*141 + 0\*11 = 8466